

Modelos de Composição Algorítmica em *Prólogo* para Quarteto de Cordas

Models of Algorithmic Composition in Prologue for String Quartet

Rodolfo Coelho de Souza

Universidade de São Paulo

Resumo: Este artigo apresenta uma análise dos modelos algorítmicos que foram desenvolvidos pelo compositor para a geração da peça *Prólogo* para quarteto de cordas. O projeto faz uma homenagem à obra pioneira de Lejaren Hiller na área de composição auxiliada por computadores. Uma diferença relevante deste projeto em relação a outros anteriores da área de composição algorítmica é ênfase dada ao parâmetro do ritmo que é o principal condutor da estrutura narrativa da peça. As técnicas empregadas revisitam modelos clássicos, como o de cadeias de Markov e da análise de combinações e permutações, e deixam claras a contribuição das decisões pré-composicionais e da influência de mapeamentos e de dados numéricos gerados por processos aleatórios. Ressalte-se que este projeto tira partido da flexibilidade das propriedades e das relações não-tonais intrínsecas às coleções hexatônicas, especialmente as de tons inteiros. Igualmente importante é a apropriação que o projeto faz de modelos inspirados em técnicas barrocas, como o contraponto inversível, neste caso expandido para quatro vozes e as variações por diminuição rítmica.

Palavras-chave: Composição algorítmica. Inteligência artificial na música. Cadeia de Markov. Análise combinatória. Coleções hexatônicas. Processos de variação.

Abstract: This paper presents an analysis of the algorithmic models used by the composer to generate the music of *Prologue* for string quartet. The project makes an homage to Lejaren Hiller's pioneer work in the area of computer-aided composition. A relevant difference of this project in relation to previous projects in the area of algorithmic composition is the emphasis given to the rhythm parameter, which, in this case, is the main conductor of the narrative structure of the piece. The techniques employed revisit classical models, like Markov chains and combinatorial and permutation analysis, but also make clear the contribution of pre-compositional decisions by the composer, and the influence of mappings



and numerical data generation with aleatory methods. Notice that this project uses the flexible properties and intrinsic non-tonal relations of hexachordal collections, particularly the whole tone collections. Equally important is the appropriation that the project makes of models inspired by baroque techniques, like, in this case, the four voices invertible counterpoint and the rhythmic variations by diminution.

Keywords: Algorithmic composition. Artificial intelligence in music. Markov chain. Combinatorial analysis. Hexatonic collections. Variation processes

* * *

1. Introdução

Discovery consists precisely in not constructing useless combinations, but in constructing those that are useful, which are an infinitely small minority. Discovery is discernment, selection. (Poincaré 1908, p. 51)

Este artigo relata uma experiência de composição musical para quarteto de cordas que usou diversos recursos algorítmicos para a geração de seus materiais. Em sentido amplo, tratar-se-ia de um ensaio de inteligência artificial gerativa em composição musical (se mantivermos a acepção que remonta a Russell; Norwig 1995; 2018). Mas hoje esse não deve ser mais o rótulo adequado, pois implicaria o emprego de aprendizado de redes neurais, o que não é o caso.

A ideia inicial da peça nasceu como uma homenagem à *Illiac Suite* de Lejaren Hiller e Leonard Isaacson para quarteto de cordas (1957), ao fazer o resgate da técnica das cadeias de Markov usada naquela obra precursora (Hiller; Isaacson 1959, p. 131 e 162). Entretanto o diferencial nesta abordagem foi considerar a necessidade de incorporar outras relações musicais na estrutura algorítmica, tais como complementaridade de conjuntos atonais, variações rítmicas e a busca por uma estrutura formal e por significações expressivas. Um dos focos da pesquisa foi demonstrar como as ferramentas que foram usadas permitiram ao compositor um controle do resultado estético que reflete sua visão individual de autor, em contraste com os programas comerciais de composição algorítmica, disponíveis online, tais como Suno, Aiva ou Amper, que produzem resultados mais ou menos estereotipados – ainda que úteis para determinados usos – como consequência do treinamento das suas redes neurais que são projetadas para gerar imitações dos dados alimentados.

Esta pesquisa se insere, portanto, na tradição da composição musical auxiliada por computadores, que tem suporte de uma ampla literatura, na qual podemos destacar os trabalhos de Nierhaus (2010), Simoni (2016) e McLean (2018), Briot (2020) e Drymonitis (2024).

Buscaremos evidenciar pela análise que este projeto de composição algorítmica envolveu uma colaboração complexa entre compositor e programador. Do ponto de vista estético, este trabalho retoma uma tese levantada por Coelho de Souza e Faria (2013) que parte da frase de Poincaré usada como epígrafe da introdução. Henri Poincaré (1854–1912), conhecido principalmente como grande matemático, propôs também teorias sobre o surgimento do pensamento criativo, em especial nas ciências. Essas teorias, em certa medida, antecipavam o reconhecimento do papel do inconsciente no trabalho criativo, uma ideia que iria florescer mais à frente com Freud. Mas Poincaré considerava também que o trabalho criativo dependia em grande parte da geração de alternativas combinatórias, restando ao trabalho humano selecionar as alternativas mais promissoras e testá-las. Nas ciências é possível submeter as alternativas geradas por mera combinação ao teste da veracidade, e descartar as hipóteses falsas. Quando se trata do trabalho artístico, não se aplicam as categorias de verdadeiro e falso, de modo que o trabalho de geração combinatória acaba tendo uma autonomia maior, ficando sua aceitação dependente apenas dos critérios estéticos do autor.

Nesse sentido, este trabalho pretende ter uma ênfase particular na demonstração de como algoritmos baseados em processos de combinação, permutação e estocástica, foram relevantes para a geração de diversas soluções adotadas na composição. Ao mesmo tempo reconhecemos que essa abordagem tem suas limitações e que às vezes o fascínio do resultado obtido oculta a participação imprescindível do elemento humano no processo decisório.

2. O Ritmo como foco primário do projeto

A abordagem inicial mais frequente nos projetos que envolvem composição algorítmica é dar prioridade ao parâmetro das alturas, seja através da proposição de uma coleção como material básico elementar para a geração do discurso musical, seja por um modelo serial, ou mesmo simples escalas.

Neste projeto, optamos por uma estratégia diferente. Optamos por conceber a estruturação deste movimento partindo do parâmetro das durações e ainda mais especificamente considerando que as durações teriam um pulso elementar como denominador comum. Certamente isso não seria um requisito obrigatório para uma composição algorítmica, e nem mesmo uma constante necessária no meu trabalho criativo (basta lembrar, por exemplo, de uma peça recente, a *Música Virtual Nº 1*¹, gerada por computador, em que não se reconhece uma percepção de pulso, ainda que certamente proporções temporais possam ser ouvidas como relações rítmicas). Escolhemos como célula mínima do ritmo, talvez até como ironia, a famosa síncopa brasileira, que é identificada no primeiro compasso do Ex. 1 com o colchete numerado “1”.

Como teorizamos acima, o processo criativo pode ser pensado como combinações de materiais. Por isso desenvolvemos um processo de geração de módulos que guardam alguma semelhança com o módulo básico 1. Deslocando uma semínima para a direita, obtivemos a variante rítmica 2, e com mais outro deslocamento de semínima, a variante 3. As variantes 4, 5 6 e 7 foram geradas pela supressão de alguma semínima do módulo básico, e a variante 8 pela saturação completa com semínimas do compasso básico.

Assim, na segunda linha do Ex. 1, identificamos os oito módulos rítmicos com os quais a composição algorítmica gerou o discurso.

The image displays two musical staves. The top staff shows a sequence of eight rhythmic patterns labeled 1 through 8. Pattern 1 is a basic unit of four eighth notes. Pattern 2 is a shift of the second eighth note to the right. Pattern 3 is a shift of the third eighth note to the right. Patterns 4, 5, 6, and 7 are variations of the basic unit with different eighth notes replaced by quarter notes. Pattern 8 is a full measure of eighth notes. The bottom staff shows the same eight patterns labeled 1 through 8, illustrating the basic unit and its variations.

Exemplo 1: Materiais rítmicos básicos produzidos por deslocamentos do pulso de semínima na célula básica chamada de *síncopa brasileira*

É necessário enfatizar um aspecto que pode passar despercebido. A definição desse material rítmico do Ex. 1 é uma decisão pré-composicional que

¹ Disponível em: <<https://youtu.be/0oTDbRy5YWk?si=fO-eSqA1qs7ZMXP>>.

antecede a composição propriamente dita, seja ela feita por escolhas humanas, seja ela decidida por um algoritmo (e mais adiante comentaremos o quanto de decisão pré-composicional também estaria embutido num algoritmo). Então é relevante perceber que a montagem de uma composição algorítmica está em grande parte pré-determinada por essas escolhas pré-composicionais, sejam elas feitas pelo próprio compositor, ou pelo acaso a partir de alternativas disponíveis num banco de dados, pois o banco de dados também representa uma formação baseada em escolhas prévias.

O passo seguinte foi inventar um processo algorítmico que gerasse a peça. Como um dos propósitos deste trabalho foi fazer uma homenagem ao pioneirismo de Lejaren Hiller, usamos o mesmo princípio de cadeia de Markov que ele usou no último movimento da Suite Illiac (ver ilustração da capa da publicação de Hiller sobre aquela composição experimental).

Não creio que seja necessário explicar o processo de Cadeia de Markov, visto que a literatura a respeito é abundante (por exemplo, Brémaud 2020, e Zucchini et al, 2016). O mais relevante é registrar como o princípio de Markov foi aplicado nesta composição específica. O primeiro passo, foi definir os “estados” da cadeia, que neste caso nada mais são do que os módulos rítmicos identificados pela sua numeração na segunda linha do Ex. 1.

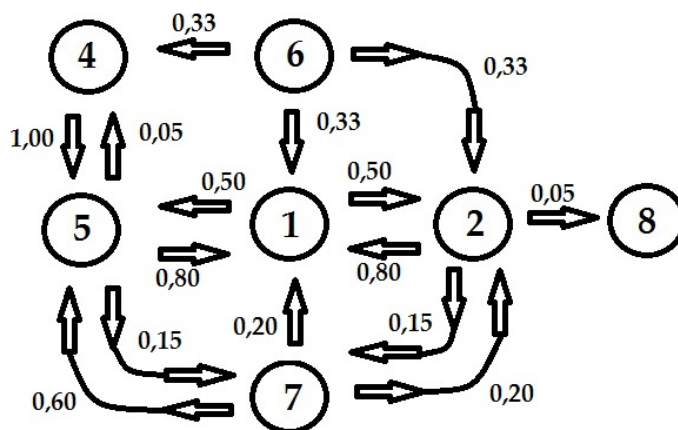


Figura 1: Probabilidades de transição dos módulos rítmicos no modelo de Markov

A seguir é preciso definir as probabilidades de transição entre os módulos rítmicos da cadeia. Novamente esta foi uma decisão pré-composicional. Os valores especificados na Fig. 1 foram escolhidos a partir de uma intuição que a experiência do compositor sugere. Note-se que alguns módulos se comunicam

com 4 outros módulos (os módulos 1 e 2), outros com 3 módulos (os módulos 5, 6 e 7), outro com apenas 2 (o módulo 4) e outro com apenas 1 (o módulo 8). Creio que por um lapso que a esta altura não consigo justificar, foi deixado de fora o módulo de número 3, o que significa que de fato as possibilidades combinatórias da música foram montadas a partir de sete módulos rítmicos, e não oito como inicialmente pretendido.

Se as probabilidades da Fig. 1 parecem arbitrárias, porque de fato o são, não obstante elas devem obedecer a certas regras. Por exemplo, as probabilidades somadas que levam de um módulo a outro devem sempre somar 1,0. Por exemplo do módulo 6, as probabilidades divergentes são $0,33 + 0,33 + 0,33 = 1,0$. Do módulo 1 essas probabilidades são $0,5 + 0,5 = 1,0$ e assim por diante. Alguns módulos são curiosos, como o módulo 4 que sempre leva ao módulo 5, ou o módulo 8, que é uma espécie de fim de linha, porque não leva para nenhum outro módulo. De fato, a determinação dessas probabilidades é uma parte fundamental do sucesso do projeto, e que, em si, não tem nenhuma relação com o mecanismo do processo de Markov.

A etapa seguinte é definir um protótipo vazio de sequências de resultados que serão gerados pelo algoritmo de Markov. Estabelecemos uma matriz de $4 \times 8 = 32$ compassos como sendo o material temático desta música. A seguir foram compostas algoritmicamente 12 variações desse material temático, implicando que a peça foi projetada para ter uma extensão de $12 \times 32 = 384$ compassos.

Outra decisão pré-composicional foi estabelecer que cada um dos módulos de oito compassos poderia ser inicializado por um módulo diferente, e que as entradas dos quatro instrumentos do quarteto de cordas seriam feitas escalonadas, como num contraponto fugato. O módulo 1, que tem a força simbólica mais preponderante pelo seu ritmo sincopado, foi privilegiado com 70% de probabilidade de ocorrências no início de cada frase, e os outros módulos com probabilidades menores ou nulas conforme constam da Fig. 2.

Para que seja possível rodar um programa executando princípios de cadeia de Markov é necessário prover um mapeamento entre os números aleatórios gerados pelo computador e as probabilidades assinaladas na programação, conforme os Figs. 1 e 2. Ao contrário do que se poderia pensar, esse mapeamento não é automático e representa mais uma etapa de decisões que o compositor precisa tomar numa etapa “*ex-machina*” para que geração

algorítmica possa acontecer a seguir. Esta etapa do mapeamento tem importantes implicações estéticas que comentaremos adiante.

Módulo	%
1	70
2	0
3	0
4	5
5	5
6	20
7	0
8	0

Figura 2: Probabilidades dos módulos na inicialização da cadeia de Markov

Neste caso o mapeamento entre números aleatórios e probabilidades foi bastante fácil de estipular. Quaisquer que sejam os números gerados aleatoriamente, eles sempre podem ser reduzidos a dez intervalos significativos: 0–1; 1–2; 2–3; ... ; 8–9; 9–10 e esses intervalos podem ser mapeados nas probabilidades da Fig. 1. Assim, por exemplo, se partimos do Estado 1, temos 50% de probabilidade de ir para o Estado 2 e outros 50% de probabilidade de ir para o Estado 5. Assim, uma possibilidade de mapeamento é definir que números gerados aleatoriamente entre 0 e 5 conduzam o Estado 1 ao Estado 2, e números gerados aleatoriamente entre 5 e 10 conduzam o Estado 1 ao Estado 5. Note-se, porém, que nada impede que o mapeamento trocasse os estados 2 e 5 entre si, pois as probabilidades resultantes se manteriam consistentes.

Aplicando essas definições, a geração de sequências de estados é um processo elementar. Mostramos abaixo um fluxograma desse programa que pode ser escrito em qualquer linguagem de programação (Fig. 3). No nosso caso, ele foi escrito em um pequeno programa de Python, mas isso é irrelevante. O mesmo resultado poderia ser obtido manualmente, jogando-se dados ou, como preferia John Cage, jogando o I Ching.

O resultado do processamento descrito no fluxograma acima, produziu a matriz de sequências mostrada na Fig. 4.

Fluxograma da geração das sequências de estados rítmicos

- 01 – Definir para cada instrumento, a posição inicial na matriz temporal
- 02 – Gerar número aleatório mapeado entre 0 e 10
- 03 – Associar esse número ao estado inicial da sequência
- 04 – Gerar outro número aleatório mapeado entre 0 e 10
- 05 – Com as probabilidades pré-definidas, associar esse número ao próximo estado na sequência
- 06 – Verificar se a sequência completou o último espaço na sequência
- 07 – Caso o passo 06 seja positivo, reinicializar o processo para outro instrumento, até que todos os espaços na matriz estejam preenchidos
- 08 – Caso o passo 06 seja negativo, voltar à linha 04 (loop lógico)

Figura 3: Fluxograma em pseudo-código da geração das sequências de estados rítmicos

I

1	2	1	5	1	2	1	5
-	4	5	1	5	4	5	1
-	-	1	2	1	5	1	2
-	-	-	1	5	1	5	1

-	-	-	1	5	1	2	1
6	1	5	7	5	7	7	1
-	5	1	2	1	2	1	2
1	2	1	2	1	2	1	5

A

-	-	1	2	1	5	1	2
-	-	-	1	5	1	5	1
-	6	2	7	5	4	5	1
1	2	1	5	1	2	1	5

-	-	-	1	5	1	5	1
6	4	5	1	5	4	5	1
1	2	7	5	1	2	1	5
-	-	1	2	1	5	7	2

Figura 4: Tema com 32 compassos definido com módulos rítmicos pelo processamento computacional da cadeia de Markov

Cada linha de cada bloco com quatro linhas representa os instrumentos do quarteto de cordas. A primeira linha corresponde ao Violino I, a segunda ao Violino II, a terceira à Viola e a quarta ao Cello. Via de regra as entradas de cada

instrumento ocorrem em momentos distintos, mas para que não houvesse uma quebra de densidade muito evidente entre os compassos 8 e 9, e entre os compassos 24 e 25, os compassos 9 e 25 foram inicializados com dois instrumentos tocando. Essa foi outra decisão tomada fora do algoritmo para que a forma musical resultasse mais efetiva.

Ainda a respeito da questão formal, note-se que o tema de 32 compassos está dividido em duas partes de 16 compassos que ficam marcadas pelo isolamento de um único instrumento soando sozinho. Ou seja, a estrutura do chamado “Tema” tem uma forma binária I-A conforme mostrado na Fig. 4.

Para comprovar que as probabilidades assinaladas no modelo da cadeia de Markov foram usadas na geração do material do Tema, fizemos um levantamento das progressões que aparecem na Fig. 4. A contagem dessas progressões é mostrada na Fig. 5. Observe-se como as porcentagens dos números que aparecem nessa tabela coincidem, sem grandes desvios, com as probabilidades projetadas no modelo da cadeia de Markov da Fig. 1.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	18	0	0	19	0	0	0
2	13	0	0	0	0	0	2	1
3	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	5	0	0	0
5	18	0	0	1	0	0	3	0
6	1	1	0	1	0	0	0	0
7	1	1	0	0	3	0	1	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0

Figura 5: Contagem de progressões entre módulos rítmicos nos 32 compassos do Tema

3. Geração por processo combinatório de 24 variações do Tema

Dado que temos quatro instrumentos no quarteto de cordas, a matemática nos ensina que podemos ter $4! = 4 \times 3 \times 2 = 24$ reordenações diferentes desses dados. Cada instrumento executa uma sequência rítmica de 8 compassos composta pelos módulos rítmicos 1 a 8 em diferentes formações. Chamamos de A, B, C e D essas sequências rítmicas. As 24 possibilidades combinatórias que calculamos acima podem ser reconhecidas na Fig. 6.

Mais ainda, a simples reconfiguração dessas sequências nos diferentes instrumentos, em diferentes combinações, é suficiente para produzir uma densa malha de eventos rítmicos, sem repetições integrais do conjunto das vozes. Na Fig. 7, veremos como esse conceito foi aplicado.

Combinação	V.1	V.2	Vla.	Cello
1	A	B	C	D
2	A	B	D	C
3	A	C	B	D
4	A	C	D	B
5	A	D	B	C
6	A	D	C	B
7	B	A	C	D
8	B	A	D	C
9	B	C	A	D
10	B	C	D	A
11	B	D	A	C
12	B	D	C	A
13	C	A	B	D
14	C	A	D	B
15	C	B	A	D
16	C	B	D	A
17	C	D	A	B
18	C	D	B	A
19	D	A	B	C
20	D	A	C	B
21	D	B	A	C
22	D	B	C	A
23	D	C	A	B
24	D	C	B	A

Figura 6: Combinações 1 a 24 geradas pelo reordenamento das frases A, B, C, D

Mas antes de mostrar o efeito dessas combinações é preciso reconhecer que estamos aplicando aqui um antigo e importante princípio do contraponto. Trata-se da ideia de “contraponto inversível ou contraponto duplo” que era reconhecido pelos teóricos do contraponto barroco como um artifício de significativa virtuosidade composicional. A ideia, porém, é bem simples e demanda apenas que as vozes de um trecho da música sejam repetidas, mas com as partes trocadas (Gauldin 1988, p. 113). Por exemplo, se temos apenas duas vozes, soprano e baixo, na repetição a linha do soprano passa para o baixo e vice-versa. No modelo mais simples, a transposição envolvida, que obviamente é sempre necessária, é um intervalo de oitava ou múltiplo dele (a despeito de que pode haver contraponto inversível a outros intervalos, como a décima por

exemplo). O nome contraponto duplo vem do fato que cada voz serve agora a uma dupla função, uma vez como baixo na voz inferior e outra vez como melodia na voz superior. Na música tonal, essa técnica de contraponto envolve um cuidadoso cálculo de intervalos harmônicos, mas no nosso caso, em que usamos uma estrutura modal (de tons inteiros, como veremos adiante), essa questão não cria impasses relevantes.

Seção	Tema	... Tema	A1	A2	B1	B2
Comp.	1-8	9-16	17-24	25-32	33-40	41-48
Comb.	1	22	18	21	5	23
V.I.	A	D	C	D	A	D
V.II	B	B	D	B	D	C
Vla.	C	C	B	C	B	A
Cello	D	A	A	A	C	B

Seção	C1	C2	D1	D2	E1	E2
Comp.	49-56	57-64	65-72	73-80	81-88	89-96
Comb.	17	20	12	15	03	10
V.I.	C	D	B	C	A	B
V.II	D	A	D	B	C	C
Vla.	A	C	C	A	B	D
Cello	B	B	A	D	D	A

Seção	F1	F2	G1	G2	H1	H2
Comp.	97-104	105-112	113-120	121-128	129-136	137-144
Comb.	24	09	14	16	07	11
V.I.	D	B	C	C	B	B
V.II	C	C	A	B	A	D
Vla.	B	A	D	D	C	A
Cello	A	D	B	A	D	C

Seção	I.1	I.2	J.1	J.2	K1	K2
Comp.	97-152	105-160	113-168	121-176	129-184	137-192
Comb.	02	19	04	08	13	17
V.I.	A	D	A	B	C	C
V.II	B	A	C	A	A	D
Vla.	D	B	D	D	B	A
Cello	C	C	B	C	D	B

Figura 7: Variações A1-2 a K1-2 geradas pelo reordenamento em contraponto inversível das frases A, B, C, D

Trata-se então de gerar as 24 permutações que são mostradas na Fig. 6, identificadas pela numeração da primeira coluna. Como esta peça pretende ser uma composição algorítmica, recorreremos novamente ao cálculo combinatório com números aleatórios para gerar uma sequência de eventos para o novo ordenamento. Encontramos em Grimaldi (1994, p. 6) a teoria matemática sobre permutações que suporta o método que utilizamos. Quanto ao algoritmo utilizado para gerar as permutações, utilizamos o modelo descrito por Skiena (2010, p. 448) que sugere um método eficiente para a geração de permutações. Consideramos também outras opções de algoritmo, como o modelo de matriz de permutações de Cormen *et al.* (2018, p. 1220), mas o modelo mais simples de Skiena mostrou-se suficiente. O resultado produzido foi:

01-22-18-21-05-23-17-20-12-15-03-10-24-09-14-16-07-11-02-19-04-08-13-17

Devo registrar que a mão do compositor interferiu duas vezes nessa sequência. Primeiro ao escolher começar a sequência pela primeira combinação, a 01, e a segunda vez quando escolheu impor a combinação 24 na 13ª posição, pois ela é exatamente o espelho da combinação 01. O objetivo que justifica essa interferência foi construir uma estrutura simétrica entre os doze primeiros módulos e os doze últimos. No mais, a ordenação foi inteiramente gerada por números aleatórios.

Creio que, apesar da simplicidade dos processos algoritmos usados até aqui nesta composição – de fato intencionalmente simples para facilitar uma demonstração clara dos conceitos que defendemos –, fica evidente que aquilo que se chama composição algorítmica envolve uma ampla ambivalência de níveis de decisão: algumas que são tomadas por métodos aleatórios, outras por métodos combinatórios e outras que são decisões arbitrárias do compositor.

A Fig. 7 resume o estado do processo de geração algorítmica até então. Podemos identificar como as frases rítmicas A-B-C-D são reordenadas verticalmente em cada coluna, formando 24 variações que nunca se repetem, como previsto.

Note-se, porém que, até aqui, o que chamamos de “composição”, não envolveu de fato nenhum som, musical ou não. Tudo que fizemos foi determinar estruturas rítmicas, ou seja pontos de ataque para as notas, numa estrutura matricial vazia de sons e significados. Paradoxalmente isso pode ser recorrente em métodos de composição algorítmica porque eles operam em níveis bastante

Apesar de parecer um exercício trivial, achamos que seria interessante realizar a análise dessas coleções sob a ótica dos PCORD, para entendermos melhor o efeito harmônico-melódico que elas produziam. O primeiro passo foi localizar a coleção de tons inteiros 6-35 (02468T) no universo de todas as coleções hexacordais (Straus 2005, p. 264). Em seguida localizar sua posição no quadro de relações PCORD entre as coleções hexacordais (Coelho de Souza 2018).

PCORD	((11111))	((11112))	((11113))	((11114))
Classes de Conjuntos	6-1 (12345)	6-2 (012346) 6-Z3 (012356) 6-Z4 (012456)	6-Z36 (012347) 6-5 (012367) 6-Z6 (012567)	6-Z37 (012348) 6-Z38 (012378) 6-7 (012678)

((11122))	((11123))	((11133))	((11222))	((11223))
6-9 (012357) 6-Z11 (012457) 6-Z12 (012467) 6-Z10 (013457) 6-Z13 (013467) 6-8 (023457)	6-Z40 (012358) 6-Z41(012368) 6-15 (012458) 6-Z17 (012478) 6-Z43 (012568) 6-18 (012578) 6-14 (013458) 6-Z19 (013478) 6-16 (014568) 6-Z39 (023458)	6-Z42 (012369) 6-Z44 (012569) 6-20 (014589)	6-22 (012468) 6-Z24 (013468) 6-Z25 (013568) 6-Z26 (013578) 6-21 (023468) 6-Z23 (023568)	6-Z46 (012469) 6-Z47 (012479) 6-Z48 (012579) 6-27 (013469) 6-Z49 (013479) 6-Z28 (013569) 6-30 (013679) 6-31 (014579) 6-Z50 (014679) 6-Z45 (023469) 6-Z29 (023679)

((12222))	((22222))
6-34 (013579) 6-33 (023579) 6-32 (024579)	6-35 (02468T)

Figura 9: Tabela de relações PCORD entre coleções hexacordais, destacando a 6-35
(Fonte: Coelho de Souza 2018, p. 55)

Uma vez identificada a posição da coleção 6-35 e seu PCORD ((22222)) no campo das coleções hexacordais, buscamos as relações de parcimônia que essa coleção oferece. Entretanto, como mostra a Fig. 10, essa coleção tem uma tendência muito escassa de promover a parcimônia hexacordal, ocupando a posição inferior extrema no gráfico da Fig. 10, onde só se comunica com as coleções com PCORD ((12222)). Em vista disso, decidimos que se poderia favorecer a economia de meios, e a consistência relacional, explorando apenas as relações do conjunto de forma primária 6-35 consigo mesmo. Essa possibilidade já havia ficado implícita na proposição do material básico (ver Fig. 8), que implicava que poderíamos usar métodos algorítmicos simples e eficazes para explorar essa auto-relação para promover a desejada saturação cromática.

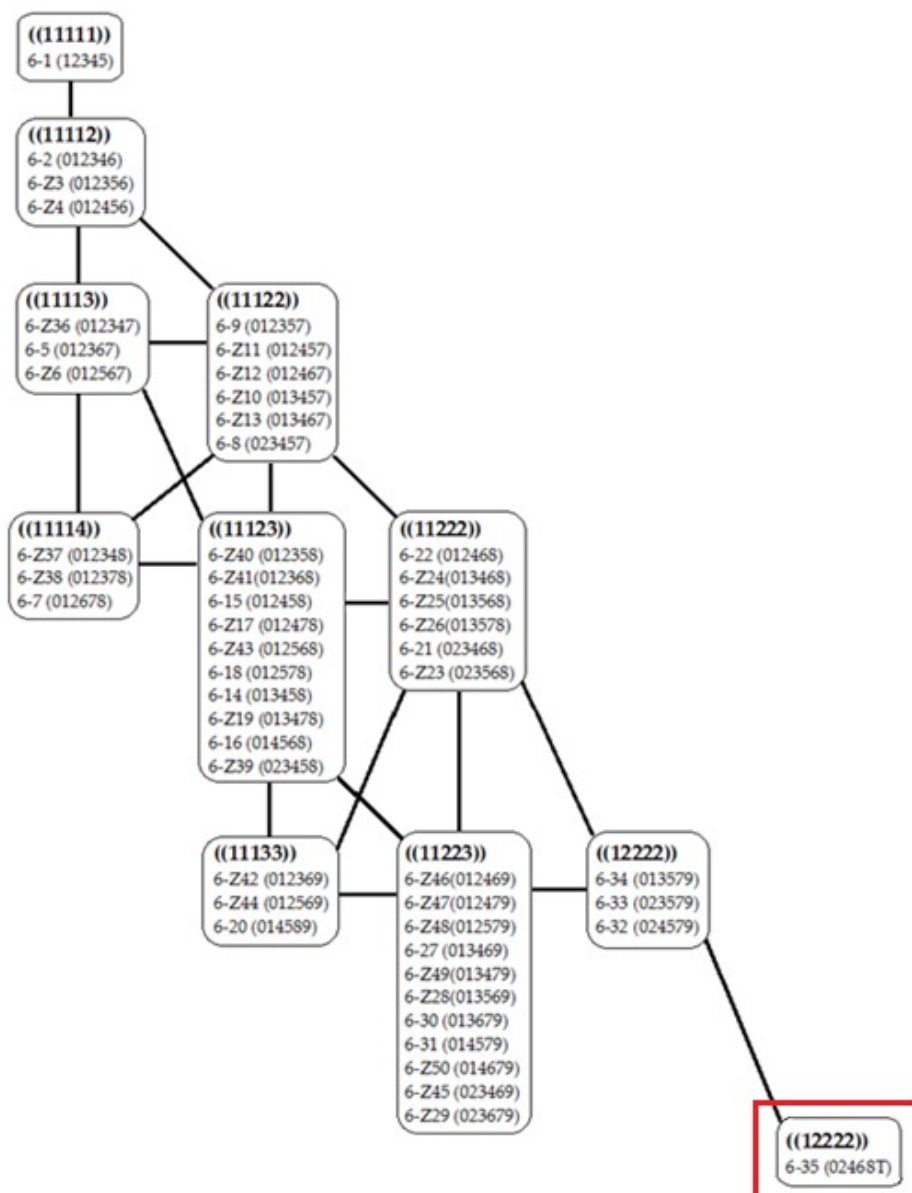


Figura 10: Relações de parcimônia entre hexacordes e seus PCORD destacando a 6-35 (Fonte: Coelho de Souza 2018, p. 71)

A seguir desenvolvemos o projeto do algoritmo que implementou os conceitos acima expostos. Inicialmente cogitamos publicar neste artigo o extenso código em Python desse algoritmo, mas concluímos que isso teria pouca utilidade para a maioria dos leitores. Em vez de fornecer o código, achamos que seria mais proveitoso expor seus princípios num fluxograma, como abaixo:

Fluxograma do algoritmo básico da composição com alturas

- 01 – Inicializar o módulo rítmico a partir dos dados gerados pelo algoritmo visto acima
- 02 – Selecionar a combinação
- 03 – Aplicar TI-1 ou TI-2 dependendo do instrumento, alternando V1-V2 e Vla-Cello (decisão pré-composicional que visou alcançar a saturação cromática).
- 04 – Melodia é gerada sempre com saltos em oitavas alternadas para transformar o ideal de linearidade do contraponto barroco em fragmentação weberniana
- 05 – Loop: reinicializar doze vezes esta rotina do início para completar a matriz rítmica
- 06 – Em cada loop incrementar as alturas em +7 semitons para realizar o ciclo de quintas nas 12 transposições, sem repetição
- 07 – Patchwork modular de texturas: no 8º módulo introduzir diminuição gradual de 2 colcheias, depois 4 colcheias, depois 6 a 8 colcheias, e finalmente três-quíalteras para promover adensamento gradual (e, portanto, direcionalidade na textura).
- 08 – Depois de 12 módulos de 8 compassos, voltar à primeira textura.
- 09 – Alternar com textura de trêmolo 2 vezes e repetir a diminuição gradual de colcheias até quíalteras, até completar os vinte e quatro módulos projetados
- 10 – Coda: Composta manualmente como uma recapitulação do design da peça.

Figura 11: Fluxograma em pseudo-código do algoritmo básico da composição com alturas

Esse algoritmo produziu uma extensa listagem de dados que relacionavam, para cada instrumento, os pontos de ataque rítmico em cada compasso e a correspondente altura (inclusive sua oitava) de cada nota a ser tocada. Para facilitar a verificação, o output também listou o nome das coleções usadas em cada bloco.

A inspeção cuidadosa da Ex. 2 nos revela diversas características do processo algorítmico da composição. Inicialmente percebemos que os dois violinos executam a mesma coleção TI-1, sendo que no primeiro violino ela é descendente (0-10-6-4-2-0-10-6-4-2-0) e no segundo violino ascendente (2-4-6-8-10-0-2-4-6-8). Não obstante a trivialidade linear com que essas coleções são expostas, o resultado global não parece tão simples assim, por dois motivos. O primeiro é o uso sistemático de saltos melódicos para a oitava superior ou inferior a cada passo da linha melódica. Então aquilo que seria uma sucessão linear de tons inteiros se converte em uma melodia fragmentada com saltos muito extensos, para cima e para baixo. O segundo motivo, decorrente do primeiro, é que nossa percepção entende o resultado como uma melodia composta entre os instrumentos, de razoável complexidade, e não uma sucessão trivial de saltos melódicos de segunda, o que só se visualiza na análise estrutural abstrata.

The image displays two systems of musical notation for the first eight measures of a Prologue. The first system includes Violino I (A), Violino II (B), Viola (C), and Violoncello (D). The second system includes Vln. I, Vln. II, Vla., and Vc. The notation features various fingerings (e.g., 0, 10, 8, 6, 4, 2, 11, 9, 7, 1, 3, 5, 10, 2, 4, 6, 8, 5, 3, 1, 11, 9, 7, 5, 3, 5, 7, 9, 11, 1) and dynamic markings (f). Red lines connect notes across staves to show chromatic saturation. Boxes labeled 'TI-1' and 'TI-2' indicate specific tonal collections. The score is written in 3/4 time with a key signature of two flats.

Exemplo 2: Partitura dos oito primeiros compassos do Prólogo com notação das alturas

O segundo aspecto a considerar é perceber como se realiza a saturação cromática. Nos compassos 1 e 2 ouvimos apenas quatro notas da coleção TI-1. Mas no compasso 3, com a entrada na coleção TI-2 na viola, não se consegue mais perseguir a sonoridade de tons inteiros. Ao contrário, considerando as notas dos compassos 3, 4 e 5, identificamos todas as doze notas, demonstrando que nosso objetivo estético de promover a saturação cromática, usando apenas as coleções de tons inteiros, foi alcançado e continua ativo até o fim do primeiro bloco.

O mesmo procedimento analítico poderia ser feito em todos os outros 23 blocos da composição, obtendo-se resultados semelhantes. Mas há outros aspectos analíticos que podem ser observados. Um deles é que considerarmos as linhas de violino 1 e 2, já vimos que uma lê a escala de tons inteiros em ordem descendente e a outra em ordem ascendente. Do ponto de vista contrapontístico

isso significa que uma voz é a inversão da outra, ou considerando o alto grau de simetria das coleções de tons inteiros, que uma é o retrógrado da outra. A mesma coisa acontece com as linhas de viola e violoncelo. Então, na soma global temos um contraponto complexo em que todas as linhas melódicas estão relacionadas por inversão (ou retrogradação).

5. Princípios de Variação usados na composição

Mostramos anteriormente que um dos princípios básicos usados para gerar os 24 blocos de 8 compassos da composição, conforme mostrado na Fig. 7, foi fazer as 24 possíveis permutações das 4 linhas do Tema (compassos 1 a 16). Comentamos que procedimento se baseou no modelo barroco do contraponto duplo, ou inversível. Na verdade, seria mais exato dizer que fizemos uma extensão daquele princípio barroco, porque naquele estilo de fato há obras que usam o contraponto triplo, isto é, a três vozes inversíveis, como é o caso da Invenção a 3 vozes em Fá menor de J. S. Bach (vide Gauldin 1988, p. 191 e Swinkin, 2025), mas a generalização desse princípio a quatro vozes inversíveis quaisquer só foi possível porque usamos materiais de duas coleções de tons inteiros, em um contexto de funcionalidade não-tonal. Comparando o Ex. 3 com o Ex. 2 podemos observar que o módulo rítmico A, assinalado ao Violino 1 no início, se deslocou agora ao Violoncelo no compasso 17, e além disso é preenchido pelas notas da escala de Tons Inteiros II, em vez da de Tons Inteiros I.

Outro aspecto a enfatizar no Ex. 3 é que as coleções de tons inteiros são transpostas uma quinta justa acima a cada novo bloco de 16 compassos. Note-se que a primeira nota do primeiro compasso, no Violino 1, é um Dó da TI-1. No segundo bloco, a primeira nota do compasso 17, no violoncelo, é um Sol da TI-2, indicando que houve essa transposição de quinta justa do material inicial. Como são 12 blocos e 12 tonalidades, o processo gerativo do algoritmo se esgota quando completa esse ciclo cromático. Esse é exatamente o tipo de automatismo estrutural que é idiomático às obras compostas com suporte de algoritmos.

The image displays a musical score for measures 17 to 24 of the Prologue. The score is arranged in two systems, each containing four staves: Violin I (Vln. I), Violin II (Vln. II), Viola (Vla.), and Violoncello (Vc.). The notation includes various musical symbols such as notes, rests, and dynamic markings like 'f' (forte). Red lines and numbers are used to indicate specific fingerings for each note. Boxed labels 'TI-1' and 'TI-2' are placed above certain notes. Measure numbers are written in red above the notes. The first system covers measures 17-20, and the second system covers measures 21-24. The Vc. part starts with a measure rest in measure 17 and begins in measure 18.

Exemplo 3: Partitura dos compassos 17 a 24 do Prólogo com notação das alturas

Há um terceiro princípio de variação barroca que é usado consistentemente ao longo desta composição. É o conceito de diminuição. O princípio da diminuição na música barroca pode ter múltiplas interpretações. No nosso caso, a apropriação que fizemos daquele conceito foi promover uma gradual diminuição das subdivisões rítmicas.

Muitos compositores do período (Barroco) reconheceram que uma reiteração contínua do tema do baixo, conjugada com o aumento gradual na complexidade estrutural e a aceleração rítmica, podia produzir um sentido poderoso de tensão e clímax (Gauldin 1988, p. 247).²

² No original: “Many composers during this period recognized that the continual reiteration of the bass theme, when coupled with a gradual increase in textural complexity and rhythmic acceleration, could produce an overpowering sense of tension and climax.”

Na Fig. 11, esquematizamos as 12 etapas de diminuição rítmica que foram utilizadas na composição do *Prólogo*. O movimento começa expondo o módulo-1 que é a célula básica da peça, descrito na literatura do movimento nacionalista como a “síncopa brasileira característica”. Nas etapas seguintes a semínima do módulo-1 é subdividida em duas colcheias: no módulo-2 uma semínima é substituída por duas concolcheias e no módulo-2 as duas semínimas são subdivididas em duas colcheias. No módulo 4 a mínima é subdividida em 4 colcheias. O módulo-1 tem 3 pontos de ataque, o módulo-2 tem 4 pontos, o módulo-3 tem 5 pontos e finalmente o módulo-4 tem 6 pontos. Essa progressão permanece no módulo-5 com 7 pontos e no módulo 6 com 8 pontos. Essa progressão gradual (ver partitura anexa) culmina nos compassos 87 e 88 com o módulo-8 que tem a máxima saturação de subdivisão de colcheias até esse ponto.

Figura 11: Diminuição gradual dos módulos rítmicos

Note-se que as notas que são acrescentadas na diminuição rítmica não acrescentam novas alturas, apenas rearticulam as existentes, de modo que harmonicamente a sonoridade das coleções de tons inteiros permanece constante. A partir do compasso 89 há uma dupla ruptura na densidade rítmica. Por um lado, o andamento é reduzido de 96 para 80. Por outro lado, a figuração se intensifica porque aparece pela primeira vez o módulo-7, com figuras em quiálteras que, em breve, passam a saturar o compasso com até 12 pontos de ataque. Alcançamos então, no compasso 96, que está exatamente na metade da duração da peça, o ponto culminante da diminuição rítmica.

A seguir há uma seção contrastante, em que o andamento é retomado, mas a subdivisão é reduzida abaixo da média anterior do início (vide módulos 9-10-

11), e a dinâmica é reduzida para piano. Em blocos alternados essa configuração é articulada com trêmolos, mas isso não intensifica a diminuição do mesmo modo que a progressão anterior. Esta seção contrastante ocupa 40 compassos, e no compasso 137 a diminuição rítmica volta ao ponto de partida do módulo-2, às vezes de modo ainda hesitante, mas gradualmente vai repetindo, e com maior presteza, a mesma progressão de subdivisões, até que a partir do compasso 185 a subdivisão se intensifique com o módulo-12 para saturar o compasso articulando todos os pontos de ataque das quiálteras.

6. Considerações finais

Estamos agora tão habituados a conviver com os computadores que deixamos de avaliar criticamente suas capacidades. Há uma extensa lista de tarefas do nosso cotidiano que eles executam com infalível precisão, e por isso acabamos atribuindo a eles competências que ultrapassam suas reais capacidades. Correntistas não costumam desconfiar da contabilidade de seus depósitos bancários, nem engenheiros da precisão dos cálculos gerados pelo computador para a solução de uma equação. Por outro lado, são também computadores que nos fornecem previsões diárias do clima e sabemos que frequentemente elas não se cumprem. Nem por isso paramos para pensar o que há de essencialmente diferente entre um e outro processamento computacional.

O ponto de partida esquecido é lembrar que intrinsecamente não há nada que o computador faz que não se poderia fazer sem a ajuda dele, desde que tempo e custo não fossem fatores relevantes. De fato, no passado contas correntes foram administradas por empregados dos bancos e os engenheiros resolviam manualmente suas equações. A diferença está apenas na velocidade com que o resultado passou a ser obtido com a ajuda de computadores. Por outro lado, nunca fomos capazes de prever infalivelmente as alternâncias do clima, com ou sem computadores. O motivo é que os dois primeiros problemas, balanço de contas correntes e solução de equações lineares, são problemas determinísticos, ou seja, a partir dos dados de entrada, o resultado obtido deve ser sempre o mesmo. Entretanto a realidade é que para muitos dos problemas do dia a dia não é possível encontrar a “equação” que nos forneça resultados infalíveis. Chegamos então ao nosso objeto: as aplicações supostamente inteligentes dos computadores na produção de novas composições musicais

Destrinchando o projeto do *Prólogo*, creio que ficou evidente que a ajuda de algoritmos permitiu conferir um grau satisfatório de coerência lógica à composição. A malha rítmica gerada por uma cadeia de Markov demonstrou resultar numa estrutura que parece ao mesmo tempo coerente e variada, fato que permitiu à peça manter seu interesse ao longo de diversos minutos. Mas, ao mesmo tempo, pode passar despercebido que o produto que foi gerado é apenas uma possibilidade entre infinitas outras, e que este resultado em particular resultou de números gerados aleatoriamente, e de probabilidades escolhidas pelo autor a partir de sua experiência, ainda que tratadas matematicamente (ver Temperley 2007). Do mesmo modo, as variações de contraponto inversível a quatro vozes e de diminuição rítmica, também geradas por algoritmos combinatórios, apresentaram na superfície resultados bastante satisfatórios. Mas ao mesmo tempo não nos damos conta do efeito que os mapeamentos e as escolhas probabilísticas tiveram na geração da solução específica adotada. E além disso também acabamos esquecendo do papel decisivo que as decisões pré-composicionais tiveram no resultado. Por isso, e por outros tantos motivos semelhantes, este artigo tenta mostrar como seria oportuno revisitarmos os trabalhos pioneiros de composição algorítmica, como os de Hiller e Xenakis. Para eles não era mistério haver um papel relevante na indeterminação, na probabilidade, nas decisões de mapeamento e nas escolhas pré-composicionais, que não submergiam sob uma aura de infabilidade mística como a que está sendo suscitada pela atual onda de aplicativos de “inteligência artificial”.

Referências

1. Antokoletz, Elliot. 1984. *The Music of Béla Bartók*. Berkeley: university of California Press.
2. Brémaud, Pierre. 2020. *Markov Chains: Gibbs Fields, Monte Carlo Simulation and Queues*. (2nd ed.) Cham: Springer.
3. Briot, Jean-Pierre; Hadjeres, Gaëtan; Pachet, François-David. 2020. *Deep Learning Techniques for Music Generation*. Cham: Springer.
4. Coelho de Souza, Rodolfo. 2025. Séries dodecafônicas com todos os intervalos (STI): um estudo sobre a relação entre as classes de conjuntos das partições hexacordais e seus PCORD. *Musica Theorica* v. 10 nº 1.

5. Coelho de Souza, Rodolfo. 2018. Harmonic perception and voice leading spaces of set classes related by unordered interval classes. *Musica Theorica* v.3 nº 2, p. 46–85.
6. Coelho de Souza, Rodolfo; Faria, Regis. 2013. A Criatividade como Propriedade Emergente na Composição Algorítmica. *Sonic Ideas*, v. 10, p. 21–34.
7. Cormen, Thomas H.; Leiserson, Charles E.; Rivest, Ronald L. Rivest; Stein, Clifford. 2018. *Introduction to Algorithms*. (3a. ed.). Delhi: PHI Learning.
8. Drymonitis, Alexandros. 2024. *The Python Audio Cookbook*. New York: Rouledge.
9. Gauldin, Robert. 1988. *A Practical Approach to Eighteenth-Century Counterpoint*. Prospect Heights: Waveland.
10. Grimaldi, Ralph P. 1994. *Discrete and Combinatorial Mathematics: an applied introduction*. (3a ed.). Reading: Addison-Wesley
11. McLean, Alex; Dean, Roger T. (eds.). 2018. *The Oxford Handbook of Algorithmic Music*. Oxford: Oxford University Press.
12. Nierhaus, Gerhard. 2010. *Algorithmic Composition: Paradigms of Automated Music Generation*. Viena: SpringerWienNewYork.
13. Poincaré, Henri. 1908. *Science and Method*. London: Thomas Nelson and Sons.
14. Russell, Stuart J.; Norvig, Peter. 2018. *Artificial Intelligence: A Modern Approach*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall (1st ed.). 1995. Chennai: Pearson (3rd ed.). 2018.
15. Simoni, Mary; Dannenberg, Roger B. 2016. *Algorithmic Composition: A Guide to Composing Music with Nyquist*. (4th ed.). Ann Arbor: The University of Michigan Press.
16. Skiena, Steven S. 2010. *The Algorithm Design Manual*. (2nd ed.). New York: Springer.
17. Straus, Joseph N. 2005. *Introduction to Post-Tonal Theory*. (3a. ed.). Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall.
18. Swinkin, Jeffrey (ed.). 2025. *The Oxford Handbook of Musical Variation*. Oxford: Oxford University Press.
19. Temperley, David. 2007. *Music and Probability*. Cambridge: The MIT Press.
20. Zucchini, Walter; MacDonald Iain L.; Langrock, Roland. 2016. *Hidden Markov Models for Time Series: An Introduction Using R*. (2nd Ed.). Boca Raton: CRC Press.

Registro sonoro

21. Coelho de Souza, Rodolfo. 2025. *Prólogo e Fábula (quarteto de cordas)*.
Disponível em: <<https://youtu.be/0oTDbRy5YWk?si=fO-eSqA1qs7ZMXP>>.

Anexo

I. Prólogo

Andante Moderato (M.M. $\text{♩} = c. 96$)

The musical score is arranged in four systems, each containing four staves. The instruments are Violino I, Violino II, Viola, and Violoncello in the first system; Vln. I, Vln. II, Vla., and Vc. in the second system; Vln. I, Vln. II, Vla., and Vc. in the third system; and Vln. I, Vln. II, Vla., and Vc. in the fourth system. The key signature has one flat (B-flat), and the time signature is 3/4. The tempo is marked 'Andante Moderato' with a metronome marking of approximately 96 beats per minute. The score begins with a forte (*f*) dynamic. The first system shows the initial entries of Violino I and Violino II. The second system continues the development of the themes. The third system features a prominent melodic line in Violino II and a supporting bass line in Violoncello. The fourth system concludes the section with sustained notes in the upper strings and a final cadence in the lower strings.

A

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

B

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

First system of musical notation (measures 33-36). It features four staves: Violin I (Vln. I), Violin II (Vln. II), Viola (Vla.), and Violoncello (Vc.). The Vln. I staff begins with a dynamic marking of *f*. The Vln. II staff has a *f* marking starting in measure 35. The Vln. I part has a melodic line with slurs and accents. The Vln. II part is mostly rests with some notes in measures 35 and 36. The Vla. part has a long note in measure 33, followed by a melodic line. The Vc. part has a long note in measure 33, followed by a melodic line. There are various articulation marks like accents and slurs throughout.

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

37

Second system of musical notation (measures 37-40). It features four staves: Violin I (Vln. I), Violin II (Vln. II), Viola (Vla.), and Violoncello (Vc.). The Vln. I staff begins with a dynamic marking of *f*. The Vln. II staff has a *f* marking starting in measure 39. The Vln. I part continues its melodic line. The Vln. II part has notes in measures 37, 38, and 39. The Vla. part has a melodic line. The Vc. part has a melodic line. There are various articulation marks like accents and slurs throughout.

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

41

Third system of musical notation (measures 41-44). It features four staves: Violin I (Vln. I), Violin II (Vln. II), Viola (Vla.), and Violoncello (Vc.). The Vln. I staff has a *f* marking starting in measure 43. The Vln. II staff has a *f* marking starting in measure 43. The Vln. I part has a melodic line. The Vln. II part has notes in measures 41, 42, and 43. The Vla. part has a melodic line. The Vc. part has a melodic line. There are various articulation marks like accents and slurs throughout.

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

45

Fourth system of musical notation (measures 45-48). It features four staves: Violin I (Vln. I), Violin II (Vln. II), Viola (Vla.), and Violoncello (Vc.). The Vln. I staff has a *f* marking starting in measure 45. The Vln. II staff has a *f* marking starting in measure 45. The Vln. I part has a melodic line. The Vln. II part has notes in measures 45, 46, and 47. The Vla. part has a melodic line. The Vc. part has a melodic line. There are various articulation marks like accents and slurs throughout.

C

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

f *f*

Detailed description: This system covers measures 49 to 52. It features four staves: Violin I, Violin II, Viola, and Violoncello. The key signature has two sharps (F# and C#). Measure 49 starts with a forte (*f*) dynamic. Violin I plays a melodic line with slurs and accents. Violin II is silent. Viola and Cello play a rhythmic accompaniment. Measure 50 continues the accompaniment. Measure 51 introduces a new melodic line for Violin II. Measure 52 concludes the system with a sustained note in Violin I.

53

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

f

Detailed description: This system covers measures 53 to 56. The key signature changes to one sharp (F#). Measure 53 starts with a forte (*f*) dynamic. Violin I and II play melodic lines. Viola and Cello provide accompaniment. Measure 54 continues the melodic development. Measure 55 features a more active Viola part. Measure 56 ends with a sustained note in Violin I.

57

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

mf *mf*

Detailed description: This system covers measures 57 to 60. The key signature changes to one flat (Bb). Measure 57 starts with a mezzo-forte (*mf*) dynamic. Violin II and Cello play melodic lines. Viola and Violin I provide accompaniment. Measure 58 continues the accompaniment. Measure 59 features a more active Viola part. Measure 60 ends with a sustained note in Violin I.

61

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

64

Detailed description: This system covers measures 61 to 64. The key signature changes to two flats (Bb and Eb). Measure 61 starts with a mezzo-forte (*mf*) dynamic. Violin I and II play melodic lines. Viola and Cello provide accompaniment. Measure 62 continues the melodic development. Measure 63 features a more active Viola part. Measure 64 ends with a sustained note in Violin I.

D

Vln. I *f*

Vln. II

Vla.

Vc. *f*

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc. *f*

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

E

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

f

f

Detailed description: This system contains measures 81 through 84. It features four staves: Violin I, Violin II, Viola, and Violoncello. The Violin I part begins with a dynamic marking of *f* and includes accents. The Viola and Violoncello parts also feature *f* dynamics. The music consists of eighth and sixteenth notes with various articulations.

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

85

Detailed description: This system contains measures 85 through 88. The Violin I part starts at measure 85 with a dynamic marking of *f*. The music continues with eighth and sixteenth notes across all four staves.

Meno mosso (♩ = c. 80)

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

89

f

Detailed description: This system contains measures 89 through 92. The tempo marking is *Meno mosso* with a quarter note equal to approximately 80 beats per minute. The music features prominent triplet patterns in the Violin I, Violin II, and Violoncello parts. The Viola part has a dynamic marking of *f*.

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

93

Detailed description: This system contains measures 93 through 96. The music continues with triplet patterns in the Violin I, Violin II, and Violoncello parts. The Viola part continues with its melodic line.

F Tempo Primo (M.M. $\text{♩} = c. 96$)

96

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

subito p

subito p

101

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

105

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

sul pont.

pp

sul pont.

pp

sul pont.

pp

109

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

ord.

p

G

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

ord.
p

ord.
p

Detailed description: This system covers measures 113 to 116. It begins with a section marked 'G' in a box. The first violin (Vln. I) has a whole rest in measures 113 and 114, then enters in measure 115 with a half note G4, marked 'ord.' and 'p'. The second violin (Vln. II) plays a half note G4 in measure 113, marked 'ord.' and 'p', then a half note A4 in measure 114, and a half note B4 in measure 115. The viola (Vla.) has a whole rest in measures 113 and 114, then enters in measure 115 with a half note G3, marked 'ord.' and 'p'. The cello (Vc.) plays a half note G2 in measure 113, a half note A2 in measure 114, and a half note B2 in measure 115. Measure 116 shows the first violin playing a half note G4, the second violin a half note A4, the viola a half note G3, and the cello a half note B2.

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

117

Detailed description: This system covers measures 117 to 120. The first violin (Vln. I) plays a half note A4 in measure 117, a half note B4 in measure 118, a half note C5 in measure 119, and a half note B4 in measure 120. The second violin (Vln. II) plays a half note G4 in measure 117, a half note A4 in measure 118, a half note B4 in measure 119, and a half note C5 in measure 120. The viola (Vla.) plays a half note G3 in measure 117, a half note A3 in measure 118, a half note B3 in measure 119, and a half note C4 in measure 120. The cello (Vc.) plays a half note G2 in measure 117, a half note A2 in measure 118, a half note B2 in measure 119, and a half note C3 in measure 120.

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

121

sul pont.
pp

sul pont.
pp

sul pont.
pp

sul pont.
pp

Detailed description: This system covers measures 121 to 124. All instruments play tremolos. The first violin (Vln. I) has a whole rest in measures 121 and 122, then enters in measure 123 with a tremolo starting on G4, marked 'sul pont.' and 'pp'. The second violin (Vln. II) plays a tremolo starting on G4 in measure 121, marked 'sul pont.' and 'pp'. The viola (Vla.) has a whole rest in measures 121 and 122, then enters in measure 123 with a tremolo starting on G3, marked 'sul pont.' and 'pp'. The cello (Vc.) plays a tremolo starting on G2 in measure 121, marked 'sul pont.' and 'pp'. Measure 124 shows the first violin playing a tremolo starting on G4, the second violin a tremolo starting on G4, the viola a tremolo starting on G3, and the cello a tremolo starting on G2.

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

125

f

Detailed description: This system covers measures 125 to 128. The first violin (Vln. I) plays a half note A4 in measure 125, a half note B4 in measure 126, a half note C5 in measure 127, and a half note B4 in measure 128. The second violin (Vln. II) plays a half note G4 in measure 125, a half note A4 in measure 126, a half note B4 in measure 127, and a half note C5 in measure 128. The viola (Vla.) plays a half note G3 in measure 125, a half note A3 in measure 126, a half note B3 in measure 127, and a half note C4 in measure 128. The cello (Vc.) plays a half note G2 in measure 125, a half note A2 in measure 126, a half note B2 in measure 127, and a half note C3 in measure 128. The first violin part in measure 128 is marked 'f'.

H

ord.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

p

f

f

f

ord.

133

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

137

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

141

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

I

Vln. I *f*

Vln. II *mp*

Vla.

Vc. *f*

Measures 145-148. Vln. I starts with a forte (*f*) dynamic. Vln. II starts with mezzo-piano (*mp*) and becomes forte (*f*) in measure 146. Vc. starts with forte (*f*) in measure 146. The system includes first and second endings for Vln. I and Vln. II.

149

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc. *f*

Measures 149-152. Vc. starts with forte (*f*) in measure 150. The system includes first and second endings for Vln. I and Vln. II.

153

Vln. I

Vln. II *f*

Vla. *mp*

Vc. *f*

Measures 153-156. Vln. II starts with forte (*f*) in measure 153. Vc. starts with forte (*f*) in measure 154. The system includes first and second endings for Vln. I and Vln. II.

157

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

Measures 157-160. The system includes first and second endings for Vln. I and Vln. II.

J

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

First system of musical notation (measures 111-114). It features four staves: Violin I, Violin II, Viola, and Violoncello. The key signature has one flat (B-flat). Measure 111 starts with a dynamic marking of *f* and includes a *v* (accusato) marking. The Violin I part has a melodic line with slurs and accents. The Violoncello part has a bass line with a *f* dynamic marking in measure 113.

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

Second system of musical notation (measures 165-168). It features four staves: Violin I, Violin II, Viola, and Violoncello. The key signature has one flat. Measure 165 starts with a dynamic marking of *f*. The Violin I part has a melodic line with slurs and accents. The Violoncello part has a bass line with a *f* dynamic marking in measure 168.

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

Third system of musical notation (measures 169-172). It features four staves: Violin I, Violin II, Viola, and Violoncello. The key signature has one flat. Measure 169 starts with a dynamic marking of *mp*. The Violin I part has a melodic line with slurs and accents. The Violoncello part has a bass line with a *f* dynamic marking in measure 172.

Vln. I
Vln. II
Vla.
Vc.

Fourth system of musical notation (measures 173-176). It features four staves: Violin I, Violin II, Viola, and Violoncello. The key signature has one flat. Measure 173 starts with a dynamic marking of *f*. The Violin I part has a melodic line with slurs and accents. The Violoncello part has a bass line with a *f* dynamic marking in measure 176.

K

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

f

mp

f

f

Detailed description: This system contains measures 178 to 181. It features four staves: Violin I, Violin II, Viola, and Violoncello. The Violin I part begins in measure 179 with a series of sixteenth notes, marked *f*. The Violin II part also starts in measure 179 with a similar rhythmic pattern. The Viola part begins in measure 178 with a half note, marked *mp*, and continues with eighth notes in measure 179, marked *f*. The Violoncello part is mostly silent in measures 178 and 179, then enters in measure 180 with a series of eighth notes, marked *f*. The system concludes with measure 181, where all instruments play together.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

f

Detailed description: This system contains measures 182 to 184. The Violin I part continues with sixteenth-note patterns, marked *f*. The Violin II part plays a similar pattern. The Viola part continues with eighth-note patterns, marked *f*. The Violoncello part continues with eighth-note patterns, marked *f*. The system concludes with measure 184.

185 **Meno mosso** (♩ = c. 80)

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

f

mp

f

Detailed description: This system contains measures 185 to 187. The tempo is marked **Meno mosso** with a quarter note equal to approximately 80 beats per minute. The Violin I part is mostly silent in measures 185 and 186, then enters in measure 187 with a triplet of eighth notes, marked *f*. The Violin II part is silent throughout. The Viola part plays a triplet of eighth notes in measure 185, marked *f*, and continues with similar patterns. The Violoncello part plays a triplet of eighth notes in measure 185, marked *mp*, and continues with similar patterns. The system concludes with measure 187.

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

f

Detailed description: This system contains measures 188 to 190. The Violin I part continues with triplet eighth notes, marked *f*. The Violin II part plays a similar pattern. The Viola part continues with triplet eighth notes, marked *f*. The Violoncello part continues with triplet eighth notes, marked *f*. The system concludes with measure 190.

191

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

L Ancora meno mosso (♩ = c. 72)

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

mf

cresc.

195

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

ff

197

Vln. I

Vln. II

Vla.

Vc.

rall.

p